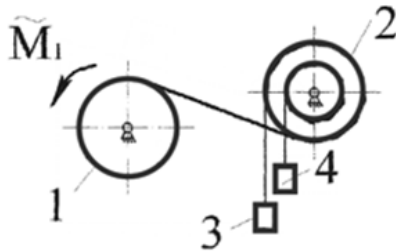


Задача Д4

Механическая система движется из состояния покоя. Блок 1 приводится в движение двигателем, создающим момент, изменяющийся по закону $M_1(t) = M\sqrt{t}$. Блок 1 – однородный диск, радиус инерции блока 2 – ρ_2 .

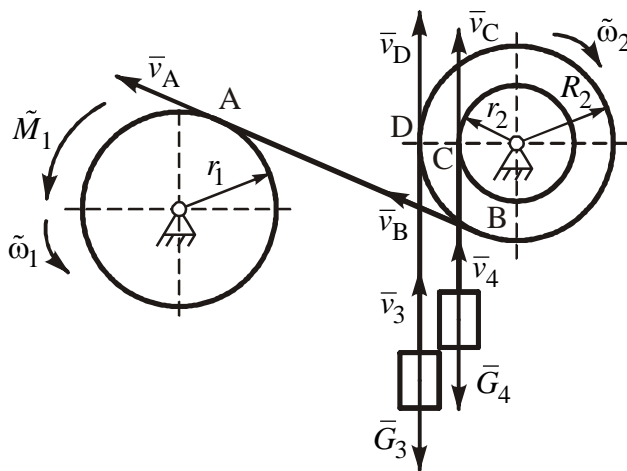
Определить закон изменения угловой скорости движения блока 1 от времени $\omega_1(t)$.

Нити невесомые, нерастяжимые; проскальзыванием нитей пренебречь.



Вариант									
0		3		0			4		
m_1 (кг)	R_2 (см)	m_2 (кг)	r_1 (см)	M (Н·м)	m_3 (кг)	r_2 (см)	m_4 (кг)	ρ_2 (см)	№ схемы
2,0	40	8,5	9,2	52	3	11	2,5	10	4

Решение



1. Рассмотрим движение механической системы, состоящей из 4 тел, в пространстве неподвижного основания.

Виды движения звеньев:

- 1 – вращательное,
- 2 – вращательное,
- 3 – поступательное,
- 4 – поступательное.

Особые кинематические точки:

Точка А движется по окружности с радиусом r_1 ,
точка В движется по окружности с радиусом R_2 ,
точка С движется по окружности с радиусом r_2 ,
точка D движется по окружности с радиусом R_2 .

2. Кинематический анализ.

Задача скоростей.

Выразим скорости тел механической системы и особых кинематических точек через искомую угловую скорость ω_1 тела 1.

$$v_A = \omega_1 r_1,$$

$$v_B = v_A = \omega_1 r_1, \quad \omega_2 = \frac{v_B}{R_2} = \omega_1 \frac{r_1}{R_2},$$

$$v_D = \omega_2 R_2 = \omega_1 \frac{r_1}{R_2} R_2 = \omega_1 r_1, \quad v_3 = v_D = \omega_1 r_1,$$

$$v_C = \omega_2 r_2 = \omega_1 \frac{r_1 r_2}{R_2}, \quad v_4 = v_C = \omega_1 \frac{r_1 r_2}{R_2}.$$

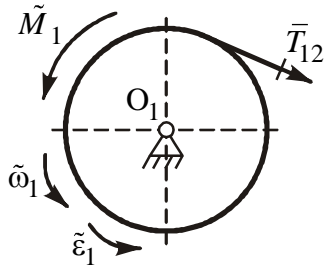
Задача ускорений.

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_1 \frac{r_1}{R_2}, \quad a_3 = \varepsilon_1 r_1, \quad a_4 = \varepsilon_1 \frac{r_1 r_2}{R_2}.$$

3. Динамический анализ.

Разобьем МС на части и рассмотрим движение каждой из частей в отдельности.

3.1. Вращательное движение колеса 1.



Активные силы: \tilde{M}_1 .

Связи: (1-2) – гибкая невесомая нерастяжимая нить.

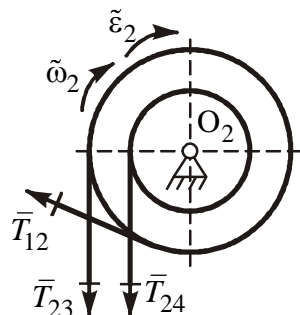
Реакция связи: \bar{T}_{12} .

Дифференциальное уравнение движения колеса 1:

$$J_1 \cdot \varepsilon_1 = \Sigma \tilde{m}_{O1}(\bar{F}_k) = M_1 - T_{12} r_1, \quad (1)$$

$$J_1 = \frac{m_1 r_1^2}{2} \text{ – момент инерции колеса 1.}$$

3.2. Вращательное движение колеса 2.



Активные силы: нет.

Связи:

(2-1) – гибкая невесомая нерастяжимая нить,

(2-3) – гибкая невесомая нерастяжимая нить,

(2-4) – гибкая невесомая нерастяжимая нить.

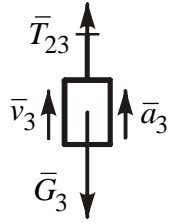
Реакции связей: \bar{T}_{12} , \bar{T}_{23} , \bar{T}_{24} .

Дифференциальное уравнение движения колеса 2:

$$J_2 \cdot \varepsilon_2 = \Sigma \tilde{m}_{O2}(\bar{F}_k) = T_{12}R_2 - T_{23}R_2 - T_{24}r_2, \quad (2)$$

$J_2 = m_2 \rho_2^2$ – момент инерции колеса 2.

3.3. Поступательное движение груза 3.



Активные силы: \bar{G}_3 .

Связи:

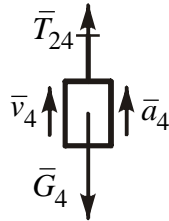
(3-2) – гибкая невесомая нерастяжимая нить.

Реакция связи: \bar{T}_{23} .

Дифференциальное уравнение движения груза 3:

$$m_3 \cdot a_3 = \Sigma F_{ky} = T_{23} - G_3. \quad (3)$$

3.4. Поступательное движение груза 4.



Активные силы: \bar{G}_4 .

Связи:

(4-2) – гибкая невесомая нерастяжимая нить.

Реакция связи: \bar{T}_{24} .

Дифференциальное уравнение движения груза 4:

$$m_4 \cdot a_4 = \Sigma F_{ky} = T_{24} - G_4. \quad (4)$$

4. Решение системы уравнений (1)-(4).

$$(4) \Rightarrow T_{24} = G_4 + m_4 a_4, \quad (5)$$

$$(3) \Rightarrow T_{23} = G_3 + m_3 a_3. \quad (6)$$

(5) и (6) \rightarrow (2):

$$J_2 \varepsilon_2 = T_{12} R_2 - (G_3 + m_3 a_3) R_2 - (G_4 + m_4 a_4) r_2.$$

$$\Rightarrow T_{12} = \frac{J_2 \varepsilon_2 + (G_3 + m_3 a_3) R_2 + (G_4 + m_4 a_4) r_2}{R_2}. \quad (7)$$

$$(1) \Rightarrow T_{12} = \frac{M_1 - J_1 \varepsilon_1}{r_1}. \quad (8)$$

(7), (8) \Rightarrow

$$\frac{M_1 - m_1 \frac{r_1^2}{2} \varepsilon_1}{r_1} = \frac{m_2 \rho_2^2 \varepsilon_1 \frac{r_1}{R_2} + (m_3 g + m_3 \varepsilon_1 r_1) R_2 + (m_4 g + m_4 \varepsilon_1 \frac{r_1 r_2}{R_2}) r_2}{R_2}.$$

$$\frac{M\sqrt{t} - 2 \cdot \frac{0,092^2}{2} \varepsilon_1}{0,092} =$$

$$= \frac{8,5 \cdot 0,1^2 \cdot \varepsilon_1 \cdot \frac{0,092}{0,4} + (3 \cdot 9,8 + 3 \cdot \varepsilon_1 \cdot 0,092) \cdot 0,4 + (2,5 \cdot 9,8 + 2,5 \cdot \varepsilon_1 \cdot \frac{0,092 \cdot 0,11}{0,4}) \cdot 0,11}{0,4},$$

$$\frac{52\sqrt{t} - 0,008\varepsilon_1}{0,092} = \frac{0,02\varepsilon_1 + 11,76 + 0,11\varepsilon_1 + 2,7 + 0,007\varepsilon_1}{0,4},$$

$$565,2\sqrt{t} - 0,087\varepsilon_1 = 0,343\varepsilon_1 + 36,15,$$

$$\varepsilon_1 = \frac{565,2\sqrt{t} - 36,15}{0,43} = 1314,4\sqrt{t} - 84,1.$$

Интегрируем:

$$\omega_1 = 1314,4 \frac{t^{3/2}}{1,5} - 84,1t + C = 876,3t^{3/2} - 84,1t + C.$$

Определяем константу интегрирования.

Граничное условие: при $t = 0$ $\omega_1 = 0$.

$$0 = 876,3 \cdot 0^{3/2} - 84,1 \cdot 0 + C,$$

$$C = 0.$$

$$\omega_1(t) = 876,3t^{3/2} - 84,1t.$$

Ответ:

$$\omega_1(t) = 876,3t^{3/2} - 84,1t.$$